

# Esame Scritto Fisica Quantistica

Alessandro Pilloni

(Dated: 25/02/2022)

Durata: 2 ore. È consentito l'uso del foglio dei Clebsch-Gordan del PDG.

## ESERCIZIO 1

Consideriamo un sistema di due particelle identiche di spin  $1/2$ , descritte dall'Hamiltoniana:

$$H = \frac{\vec{L}_1^2}{2mR^2} + \frac{\vec{L}_2^2}{2mR^2} + \alpha \vec{L}_1 \cdot \vec{L}_2, \quad (1)$$

con  $\alpha$  costante reale positiva, e  $\vec{L}_{1,2}$  i momenti angolari orbitali di ogni particella.

1. Determinare gli autostati, i livelli energetici del sistema e le relative degenerazioni;
2. Supponiamo che il sistema nell'istante iniziale sia tale che:
  - una misura di  $L_{1,2}^2$  dia con certezza  $2\hbar^2$
  - una misura di  $L_z$  dia con certezza  $0$  per una particella e  $-\hbar$  per l'altra;
  - una misura di spin totale dia zero;

Determinare lo stato al tempo generico  $t$ .

3. Determinare al tempo generico  $t$  i possibili valori di una misura di  $L^2$  ed  $L_{1z}$  e le rispettive probabilità.

## ESERCIZIO 2

Sia data una particella di spin  $1/2$  la cui Hamiltoniana è data da

$$H = \frac{\epsilon}{\hbar^2} \left( \frac{4}{3} \vec{L}^2 + 2\vec{L} \cdot \vec{S} + \hbar(L_z + S_z) \right). \quad (2)$$

1. Determinare gli autostati e gli autovalori di  $H$ ;
2. Si calcoli il valore di aspettazione  $\left\langle \frac{z}{|\vec{r}|} \right\rangle$  sullo stato fondamentale e sul primo stato eccitato.