

Esame Scritto Fisica Quantistica

Alessandro Piloni

(Dated: 16/06/2022)

Durata: 2 ore. È consentito l'uso del foglio dei Clebsch-Gordan del PDG.

ESERCIZIO 1

Consideriamo una particella di spin $1/2$ vincolata a muoversi sulla superficie di una sfera di raggio R . La funzione d'onda al tempo $t = 0$ è:

$$|\psi(t = 0)\rangle = A (\cos \theta + \sin \theta \cos \phi) |+\rangle, \quad (1)$$

dove $|+\rangle$ è l'autostato di S_z con autovalore $+\hbar/2$, mentre l'Hamiltoniana è

$$H = \frac{\omega}{\hbar} \vec{L} \cdot \vec{S}. \quad (2)$$

1. Determinare il valore della costante di normalizzazione A ;
2. Mostrare che $\langle L_+ \rangle = \langle L_- \rangle$
3. Determinare lo stato al tempo generico t .

ESERCIZIO 2

Consideriamo un sistema di due particelle identiche di spin $1/2$, descritte dall'Hamiltoniana:

$$H = \frac{\vec{L}_1^2}{2mR^2} + \frac{\vec{L}_2^2}{2mR^2} + \frac{\alpha}{mR^2} \vec{L}_1 \cdot \vec{L}_2, \quad (3)$$

con $0 < \alpha \ll 1$ e $\vec{L}_{1,2}$ i momenti angolari orbitali di ogni particella.

1. Determinare lo stato fondamentale, il primo stato eccitato e le relative degenerazioni;
2. Supponiamo che il sistema nell'istante iniziale sia tale che:
 - una misura di $L_{1,2}^2$ dia con certezza $2\hbar^2$
 - una misura di L_z dia con certezza 0 per una particella e \hbar per l'altra;
 - una misura di spin totale S^2 dia $2\hbar^2$;

Determinare lo stato al tempo generico t .

3. Determinare al tempo generico t i possibili valori di una misura di L^2 ed L_{1z} e le rispettive probabilità.