

Esame Scritto Fisica Quantistica

Alessandro Pilloni

(Dated: 06/02/2023)

Durata: 2 ore. È consentito l'uso del foglio dei Clebsch-Gordan del PDG.

ESERCIZIO 1

Si consideri un sistema di due particelle identiche di spin 1 e massa m , vincolate ad avere distanza relativa costante $|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = R$. Nel sistema del centro di massa la dinamica è descritta dall'Hamiltoniana

$$H = \frac{\vec{L}^2}{2mR^2} + \alpha \vec{L} \cdot \vec{S} \quad (1)$$

dove \vec{L} è il momento angolare relativo, $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$ è lo spin totale, e α un parametro costante tale che $0 < \alpha \ll mR^2$. Si risolva il problema nel sistema del centro di massa.

1. Si calcolino i primi quattro livelli energetici e le relative degenerazioni, indicando i corrispondenti autostati di H .
2. Si calcoli il valore medio di L_z , L_x ed L_z^2 sul primo livello eccitato. Il risultato dipende dal tempo?

ESERCIZIO 2

Consideriamo una particella di spin 1/2 e massa m , costretta a muoversi su una sfera di raggio R . L'Hamiltoniana è

$$H = \frac{\vec{L}^2}{2mR^2} + \omega (L_z + 2S_z) \quad (2)$$

con $\omega > 0$. Supponi che lo stato iniziale del sistema sia

$$|\psi(0)\rangle = N \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} - i \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad (3)$$

dove N è un'opportuna costante di normalizzazione. Determina lo stato del sistema al tempo t , e il valor medio nel tempo di \vec{J}^2