Esame Scritto Fisica Quantistica

Alessandro Pilloni

(Dated: 29/03/2023)

Durata: 2 ore. È consentito l'uso del foglio dei Clebsch-Gordan del PDG.

ESERCIZIO 1

Un sistema è composto da due particelle indistinguibili A e B di massa m e spin 1/2 soggette alla seguente hamiltoniana

$$H = \frac{\vec{p}_A^2 + \vec{p}_B^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{4}\left[(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2\right] + \frac{\alpha}{\hbar}\left(S_A^z + S_B^z\right)^2 \tag{1}$$

con $0 < \alpha \ll \omega$. Si risolva l'esercizio nel centro di massa delle due particelle.

1. Si determinino i valori dei livelli energetici e le loro degenerazioni per $E < 3\hbar\omega + 2\hbar\alpha$.
2. Al tempo $t = 0$ si consideri lo stato normalizzato
$$|\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[|n_x = 1, n_y = 0, n_z = 0\rangle\,|S = 1, S_z = 0\rangle + |n_x = 0, n_y = 0, n_z = 0\rangle\,|S = 0, S_z = 0\rangle\right] \tag{2}$$
Calcolare l'evoluzione temporale e il valore di aspettazione nel tempo di $\sin x^{26} S_x$.

ESERCIZIO 2

Consideriamo una particella di spin 1/2 vincolata a muoversi sulla superficie di una sfera di raggio R. La funzione d'onda al tempo $t = 0$ è:

$$|\psi(t = 0)\rangle = A\left(\cos\theta + i\sin\theta\sin\phi\right)|+\rangle\ , \tag{3}$$

dove $|+\rangle$ è l'autostato di S_z con autovalore $+\hbar/2$, mentre l'Hamiltoniana è

$$H = \frac{\omega}{\hbar}\vec{L}\cdot\vec{S}\,. \tag{4}$$

1. Determinare il valore della costante di normalizzazione A;
2. Mostrare che $\langle L_+\rangle = \langle L_-\rangle$
3. Determinare lo stato al tempo generico t.