

Esame Scritto Fisica Quantistica

Alessandro Piloni

(Dated: 18/09/2023)

Durata: 2 ore. È consentito l'uso del foglio dei Clebsch-Gordan del PDG.

ESERCIZIO 1

Due particelle identiche di spin 1 e massa m sono vincolate a muoversi sulla superficie di una sfera di raggio R .

Siano $\vec{L}_{1,2}$ e $\vec{S}_{1,2}$ rispettivamente i momenti angolari orbitali e di spin delle particelle 1 e 2. Una misura di \vec{L}_1^2 e di \vec{L}_2^2 dà con certezza $2\hbar^2$ per entrambe le particelle; una misura di L_{1z} e di L_{2z} dà con certezza $+\hbar$ per una particella e $-\hbar$ per l'altra; una misura di S_{1z} e di S_{2z} dà con certezza $+\hbar$ per una particella e $-\hbar$ per l'altra.

1. Determinare il più generale stato che soddisfa le condizioni precedenti.
2. Per lo stato di cui al punto 1., determinare i possibili risultati di una misura di L_{Tz} , S_{Tz} , J_{Tz} , dove $\vec{L}_T = \vec{L}_1 + \vec{L}_2, \dots$, e le rispettive probabilità.

ESERCIZIO 2

Si consideri una particella di spin $1/2$ vincolata a muoversi su una sfera di raggio unitario. Si consideri lo stato

$$|\psi(t=0)\rangle = A \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta e^{i\phi} \end{pmatrix} \quad (1)$$

dove A è una costante di normalizzazione.

1. Si esprima lo stato in termini di armoniche sferiche $Y_l^m(\theta, \phi)$ e si calcoli la costante A in modo che lo stato sia normalizzato.
2. Si considerino i tre operatori J^2 , L^2 e J_z , dove al solito \vec{L} indica il momento angolare orbitale e \vec{J} il momento angolare totale. Si dica di quali operatori $|\psi(t=0)\rangle$ è autostato. Se lo sono, si calcoli l'autovalore. Se non lo sono, calcolare i possibili risultati di una misura e le rispettive probabilità.
3. Se l'Hamiltoniana del sistema è $H = \omega J^2/\hbar - \omega J_z$, si calcoli l'evoluzione temporale $|\psi(t)\rangle$.